

НАЦИОНАЛНА СТУДЕНТСКА ОЛИМПИАДА ПО  
МАТЕМАТИКА

Русе, 28 май 2016 г.

ГРУПА А

**Задача 1.** Пресметнете най-малката стойност на израза

$$\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x - 2)^2 + y^2} + \sqrt{(x - 1)^2 + (y - \sqrt{3})^2}.$$

**Задача 2.** Възможно ли е рационалните числа в  $(0, 1)$  да бъдат номерирани

$$(r_1, r_2, r_3, \dots, r_n, \dots),$$

така че редът  $\sum_{n=1}^{\infty} (r_n)^n$  да е:

а) разходящ;

б) сходящ;

в) сходящ със сума по-малка от  $\frac{1}{2016!}$  ?

**Задача 3.**

а) Съществува ли матрица  $X$  с реални елементи, такава че  $X^{2016} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  ?

б) Да се намерят всички матрици с реални елементи от вида  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ ,

така че  $X^{2016} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

в) Да се намери най-малкото естествено число  $k$ , за което съществува матрица  $X$  от намерените в б), такава че  $X^k = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ .