

НАЦИОНАЛНА СТУДЕНТСКА ОЛИМПИАДА ПО  
МАТЕМАТИКА

Русе, 28 май 2016 г.

ГРУПА Б

**Задача 1.** Дадена е детерминантата

$$D_n(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x & \dots & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & x \end{vmatrix}.$$

а) Да се реши уравнението  $D_3(\cos t) = 0$ .

б) Да се докаже, че

$$D_n(x) = (x - 1)^{n-1}(x + n - 1)$$

и да се намерят локалните екстремуми на функцията  $f(x) = D_n(x)$ .

**Задача 2.** За кои стойности на  $x$  и  $y$  е изпълнено неравенството

$$\max \{x^2 + 3y^2, 4\} \leq \min \{-4x, 4y\}$$

**Задача 3.**

а) Пресметнете  $\int_1^e \sqrt{\ln x} dx + \int_0^1 e^{x^2} dx$

б) Ако  $a \leq b$ , да се докаже, че  $\int_a^b (x^2 + 1)e^{-x^2} dx \geq e^{-a^2} - e^{-b^2}$ .